

001
110
010
001

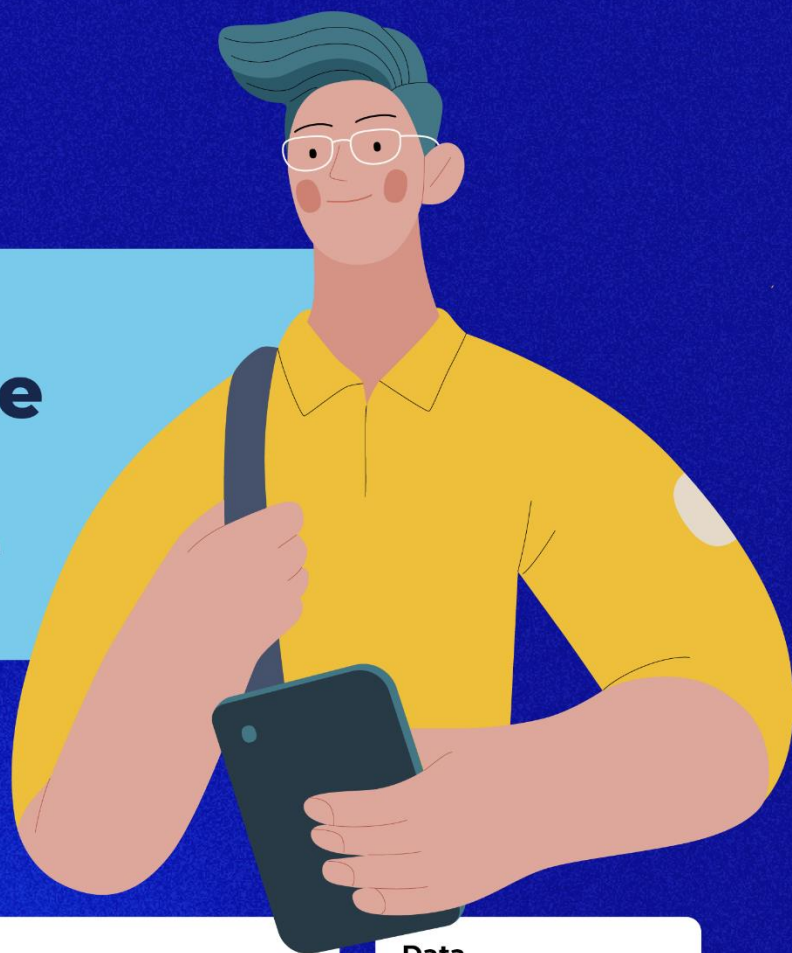


Épreuve Mondiale 2026

Prova definitiva



**Caderno de
questões**
Júnior e Sênior



Nome

Data

Série

Turma

Cidade

UF

Mostre que você é fera em matemática.
Boa prova!





Questão 1

Temperamental (7 pontos)

Justifique no caderno de resposta em um dos idiomas.

Escolha um dos idiomas abaixo para responder a questão, em seu caderno de respostas, com no mínimo 30 palavras no idioma escolhido. Respostas em Português serão desconsideradas.

Un petit garçon est très lunatique. Le jeudi et le vendredi il dit toujours la vérité.
Le mardi, il ment toujours. Les autres jours, il ment ou dit la vérité au hasard.
On lui demande son prénom six jours consécutifs.
Voici dans l'ordre ses réponses : Sacha, Elio, Sacha, Elio, Lucas, Elio.

Comment s'appelle le petit garçon ? Expliquer votre raisonnement.

Un niño es muy lunático. El jueves y el viernes dice siempre la verdad.
El martes, miente siempre. Los demás días, miente o dice la verdad al azar.
Le preguntamos su nombre seis días consecutivos.
Estas son, por orden sus respuestas: Sacha, Elio, Sacha, Elio, Lucas, Elio.

¿Cómo se llama el niño? Justifica tu respuesta.



A little boy is very moody. On Thursdays and Fridays, he always tells the truth.
On Tuesdays, he always lies. On other days, he lies or tells the truth at random.
He is asked his name for six consecutive days.
Here are his answers, in order: Sacha, Elio, Sacha, Elio, Lucas, Elio.

What is the little boy's name? Explain your reasoning.

Un ragazzino è molto lunatico. Dice sempre la verità il giovedì e il venerdì.
Mente sempre il martedì, mentre gli altri giorni mente o dice la verità a caso.
Gli si chiede il nome per sei giorni consecutivi.
Ecco, nell'ordine, le sue risposte: Sacha, Elio, Sacha, Elio, Lucas, Elio.

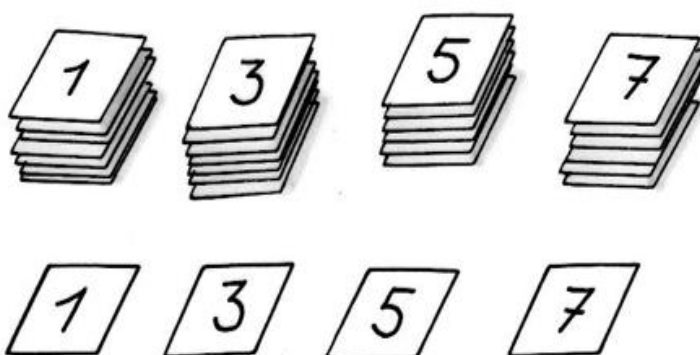
Come si chiama questo ragazzino? Illustrate il vostro ragionamento.



Questão 2

Sem o nove (5 pontos)

Os números 1357, 3157, 5713 e 7315 são escritos utilizando uma única vez os quatro primeiros algarismos ímpares.



Qual é a soma de todos os números que podem ser escritos dessa forma?
Justifique sua resposta.



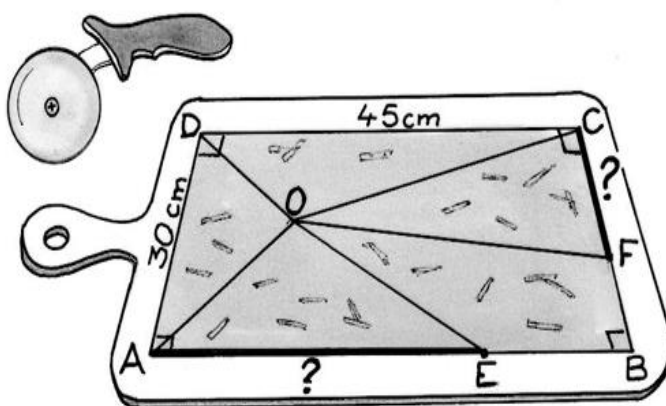
Questão 3

Pizza fina retangular (7 pontos)

Os organizadores da Olimpíada Internacional Matemática sem Fronteiras gostam de se reunir para comer uma pizza fina retangular, típica da Alsácia na França.

Certa noite, a pizza teve que ser dividida igualmente entre cinco pessoas.

A figura a seguir mostra como Michel dividiu a pizza retangular de modo que todas as cinco partes tivessem a mesma área.

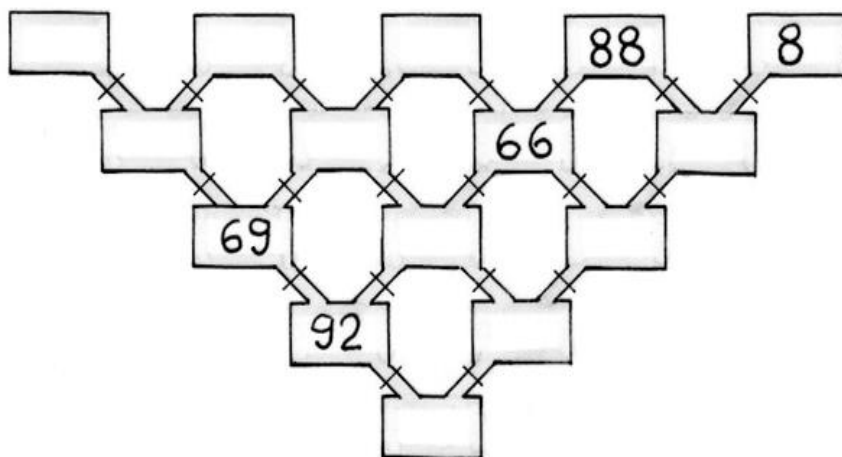


Calcule os comprimentos dos segmentos $\overline{AE}$ e $\overline{CF}$.
Justifique suas respostas.



Questão 4

Água escoando! (5 pontos)



A figura acima, mostra 15 reservatórios que armazenam água, organizados em níveis.

Inicialmente, apenas os 5 reservatórios do nível superior (topo) estão com água.

Em seguida, as torneiras desse nível são abertas e a água escoar para os quatro reservatórios do nível inferior. Quando toda a água estiver nesse nível, as torneiras são abertas e a água escoar para o nível inferior, e assim por diante, até chegar ao último nível.

Se um reservatório está conectado a dois reservatórios abaixo dele, metade da água que ele contém escoar para cada um deles. Caso contrário, se está ligado a apenas um reservatório abaixo, toda a água escoar para esse reservatório.

Alguns reservatórios estão indicados com a quantidade de água que continham antes da abertura das torneiras para o nível inferior (ou seja, a quantidade máxima de água que atingiram ao serem preenchidos).

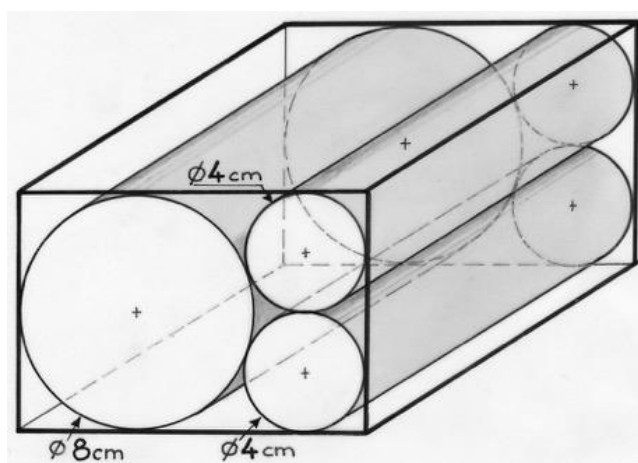
No caderno de respostas, complete a figura e escreva em cada reservatório a quantidade de água que ele continha antes da abertura das torneiras para o nível inferior.



Questão 5

Olhando dentro dos tubos (7 pontos)

Luc construiu uma caixa retangular transparente e dentro dela coloca, três tubos cilíndricos, cada um com 10 cm de comprimento, dispostos como mostrado na figura abaixo.



Um dos tubos tem 8 cm de diâmetro e os outros dois têm 4 cm de diâmetro.

**Desenhe no caderno de respostas, em tamanho real, a vista frontal da caixa, mostrando os três círculos (as bases dos cilindros).
Calcule as dimensões da caixa. Explique suas respostas.**





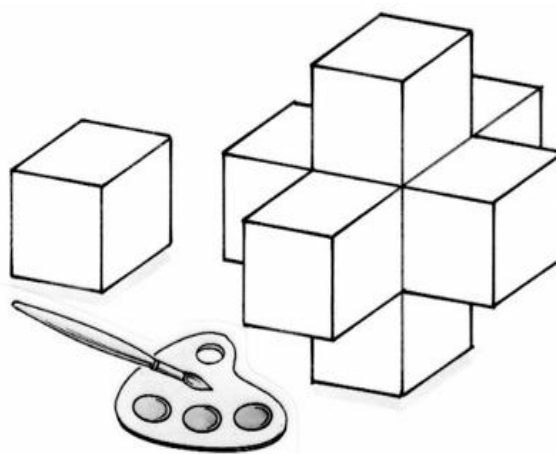
Questão 6

Sólido formado por cubos coloridos (5 pontos)

Dispomos de cubos idênticos de cores diferentes para construir um sólido.

Em cada face de um cubo amarelo, cole um cubo azul. A cor amarela desaparece.

Em todas as faces azuis, cole um cubo vermelho. A cor azul não é mais visível.



Desenhe a vista frontal do sólido obtido.
Quantos cubos vermelhos foram colados?
Quantas faces esse novo sólido tem?



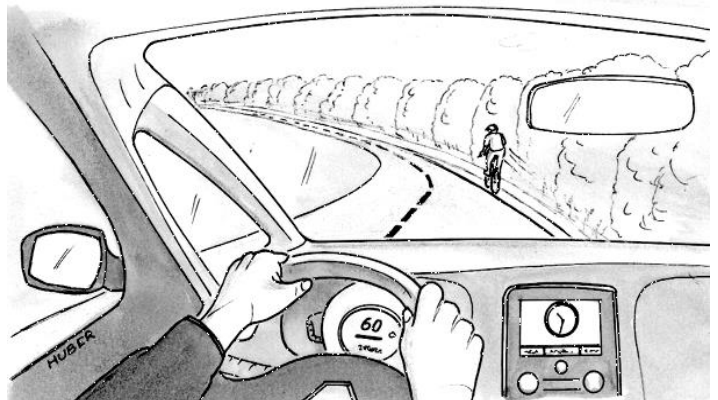
Questão 7

Roupa de natação (7 pontos)

Patrick vai de bicicleta para a aula de natação, que fica a 15 km de distância. Ele pedala a uma velocidade constante de 12 km/h.

Em um certo dia, depois que Patrick saiu, seu pai percebeu que ele esqueceu sua roupa de natação em casa.

Ele decide levá-la até o filho e sai de carro exatamente 30 minutos depois da saída de Patrick e dirige a uma velocidade constante de 60 km/h.



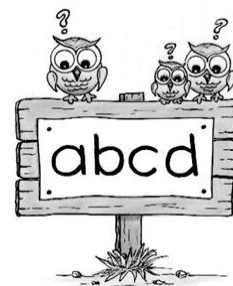
**Qual a distância que Patrick já percorreu quando seu pai saiu para encontrá-lo?
Quanto tempo o pai de Patrick leva para alcançá-lo? Justifique sua resposta.**



Questão 8

Números misteriosos (5 pontos)

Procuramos números misteriosos de quatro algarismos, denotados por ***abcd***, tais que:



- o primeiro algarismo, ***a***, indica quantas vezes o algarismo 0 aparece no número misterioso;
- o segundo algarismo, ***b***, indica quantas vezes o algarismo 1 aparece no número misterioso;
- o terceiro algarismo, ***c***, indica quantas vezes o algarismo 2 aparece no número misterioso;
- o quarto algarismo, ***d***, indica quantas vezes o algarismo 3 aparece no número misterioso;

Determine os possíveis números misteriosos.
Explique seu raciocínio.

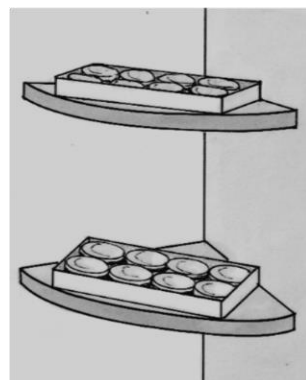




Questão 9

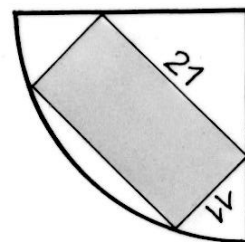
Confeitaria (7 pontos)

Um confeiteiro exhibe caixas de macarons caseiros em prateleiras com formato de um quarto de círculo na vitrine de sua loja.



As bases retangulares das caixas de macarons medem 21 cm de comprimento e 11 cm de largura.

Os quatro vértices da base retangular de cada caixa encostam exatamente nas extremidades da prateleira, conforme mostrado na figura ao lado.



Calcule o raio da prateleira.
Explique seu raciocínio.

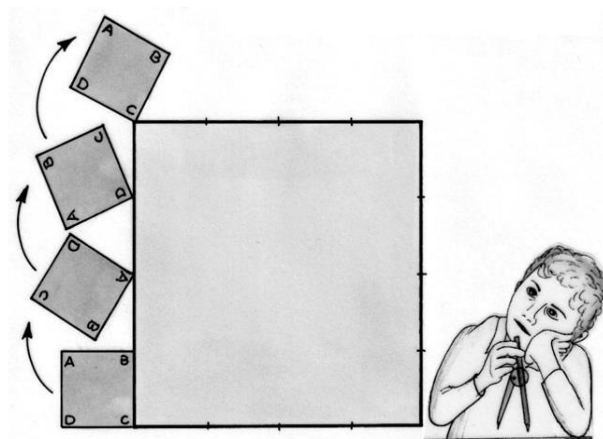


Questão 10

A dança do quadrado (10 pontos)

Um quadrado ABCD com medida de lado de 2 cm gira ao redor de um quadrado maior com medida de lado de 8 cm.

Durante essa rotação, um vértice do quadrado menor permanece em contato com o quadrado maior, e o quadrado menor gira em torno desse vértice até voltar a estar em contato com o quadrado maior.



Na próxima rotação, o próximo vértice do quadrado menor permanece em contato com o quadrado maior, e assim sucessivamente. Os primeiros estágios dessa rotação do quadrado menor em torno do quadrado maior são apresentados na figura acima.

Quando o quadrado menor retorna à sua posição inicial após girar em torno do quadrado maior, cada um de seus vértices percorreu um caminho diferente.

Desenhe, no caderno de respostas, os quatro caminhos diferentes percorridos por cada um dos vértices A, B, C e D.

Qual vértice percorreu o caminho mais curto? Explique sua resposta.

Calcule o comprimento desse caminho.





Questão 11

Apenas para o Ensino Médio
Quem está certo? (5 pontos)



Michael lança dois dados honestos diferentes simultaneamente: um com seis faces numeradas de 1 a 6 e o outro com quatro faces numeradas de 1 a 4. No dado de quatro faces o número obtido é lido no vértice que fica para cima (ponta). Ele soma os dois números obtidos.

Michael afirma que a soma 5 tem o dobro de probabilidade de ocorrer em comparação com a soma 9.

Sua amiga, Stephanie, afirma que é a soma 6 que tem o dobro de probabilidade de ocorrer em comparação com a soma 9.

Quem está correto?
Justifique sua resposta.



Questão 12

Apenas para o Ensino Médio
Kaprekar (7 pontos)

Dattatreya Ramachandra Kaprekar, um matemático indiano (1905–1986), gostava de desafiar seus conhecidos com o seguinte jogo:



- 1) Escolha três algarismos diferentes entre 0 e 9.
- 2) Pense no maior número que você pode formar com esses três algarismos.
- 3) Pense no menor número que você pode formar com esses três algarismos.
- 4) Calcule a diferença entre esses dois números.
- 5) Anote o resultado.

Repita o processo com os três algarismos do resultado, voltando na etapa 2.

Após você repetir esse processo cinco vezes, posso dizer qual número você obteve como resultado.

Jogue o jogo várias vezes, com diferentes algarismos iniciais, e registre os resultados no caderno de respostas.

O que você observa? Qual número Kaprekar fala para seus conhecidos?

Mostre que todos os resultados obtidos, na etapa 5, são múltiplos de 99.



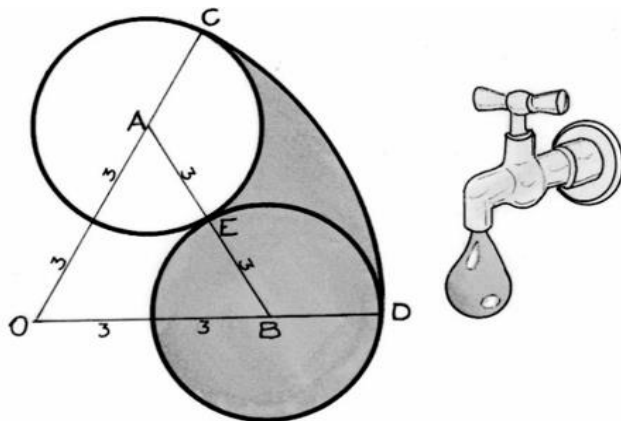
Questão 13

Apenas para o Ensino Médio
Gota de água (10 pontos)

A figura sombreada, que lembra uma gota de água, foi construída a partir do triângulo equilátero OAB com medida de lado de 6 cm.

O arco CD tem centro em O .

Os pontos A e B são os centros de circunferências com raio de 3 cm.



**Calcule a área da gota (região sombreada).
Apresente e justifique seus cálculos.**



Questão 13PRO

Apenas para o Ensino Médio
Soma e produto! (10 pontos)

a	$a+1$	S	P	$S \times P$
?	?			114 114



Encontre dois números consecutivos cujo produto multiplicado pela sua soma seja igual a 114114.
Explique seu raciocínio.