

Olimpíada Internacional

# Mathématiques sans frontières 2024

## Épreuve Mondiale

Prova definitiva

### Caderno de Questões

Júnior - Sênior



Nome da Escola

Série:

Turma:

UF:

Cidade:

**Rede  
POC**  
International Education





## Questão 1



**(Língua estrangeira) (7 pontos)**

Responda no caderno de resposta em um dos idiomas.



**Escolha um dos idiomas abaixo para responder a questão em seu caderno de respostas com no mínimo 30 palavras no idioma escolhido. Respostas em Português serão desconsideradas.**

Jacquot va a comer todos los días al mismo restaurante. Decide guardar un bote para el camarero.

Mete 3 € en el bote si está contento con el servicio, quita 4 € del bote si no está satisfecho.

Durante algunas semanas, ha estado muy contento con la comida y por lo tanto, el bote está bien lleno.

Y después, tras las catorce comidas siguientes, el camarero no ha ganado ni ha perdido nada más.

**¿Cuántas veces Jacquot ha estado contento a lo largo de las catorce últimas comidas? Justifica tu respuesta**

Jacquot goes to eat at the same restaurant every day. He decides to set up a tip jar for the waiter.

He puts € 3 in the jar if he is happy with the service, but he removes € 4 from the jar if he is not satisfied.

For a few weeks, he has been very happy with each meal, and hence the tip jar is well-filled.

Then, following the next fourteen meals, the waiter has made neither a gain nor a loss in tips.

**How many times has Jacquot been happy with the last fourteen meals? Explain your reasoning.**

Jacquot va manger tous les jours dans le même restaurant. Il décide de faire une cagnotte pour le serveur.

Il met 3 € dans la cagnotte s'il est content du service, il enlève 4 € de la cagnotte s'il n'est pas satisfait. Pendant quelques semaines, il a été très content de chaque repas et la cagnotte est ainsi bien remplie.

Puis, au bout des quatorze repas suivants, le serveur n'a rien gagné en plus mais n'a rien perdu non plus.

**Combien de fois Jean a-t-il été content au cours des quatorze derniers repas ? Expliquez votre raisonnement.**

Jacquot geht jeden Tag im selben Restaurant essen. Er beschließt, eine Trinkgeld-Kasse für den Kellner einzurichten.

Er legt 3 € in die Kasse, wenn er zufrieden ist, und nimmt 4 € heraus, wenn er nicht zufrieden ist.

Einige Wochen lang war er sehr zufrieden gewesen, und so war die Trinkgeld-Kasse gut gefüllt.

Bei den folgenden 14 Restaurant-Besuchen hat der Kellner dann nichts verdient, aber auch nichts verloren.

**Bei wie vielen der 14 Restaurant-Besuche war Jacquot zufrieden? Erklärt eure Antwort.**

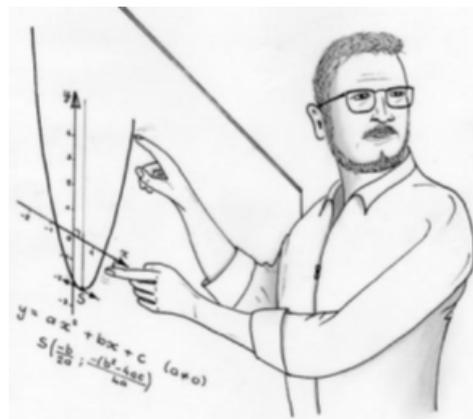


## Questão 2

### A idade do professor de matemática (5 pontos)

Muitas vezes, quando perguntam a uma pessoa o seu ano de nascimento, ela fornece apenas os dois últimos dígitos do ano. Por exemplo, ela diz: "Nasci em 11 ou 92 ou 78".

Giovanni, um professor de matemática, nascido antes de 2000, respondeu a uma pergunta semelhante: "Este ano, 2024, tenho a idade do meu ano de nascimento".



**Calcule a idade de Giovanni.**

**Em 2024, o neto de Giovanni poderá dizer o mesmo?**

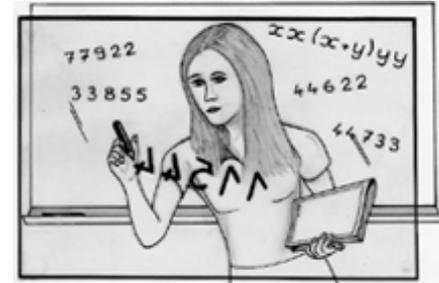
**Explique seu raciocínio.**



### Questão 3

111 (7 pontos)

$x$  e  $y$  são dois números inteiros cuja soma é menor que 10.  
Considere números cuja escrita pode ser considerada na forma  $xx(x+y)yy$ . Como, por exemplo, 33 855 e 77 922.



**Escreva dois outros números da mesma forma e verifique se são divisíveis por 111.**

**Escreva uma hipótese sobre a forma do resultado dessas divisões.**

**Prove esta propriedade lembrando que todo número pode ser escrito na forma polinomial; por exemplo,  $325 = + +$ .**







**Questão 4**

**Rotas (5 pontos)**

2024	x 3	: 23	x 26	: 88
: 19	x 20	x 17	: 35	: 10
x 5	: 11	x 27	: 31	x 25
x 2	: 8	: 17	x 21	x14
x 29	: 37	x 5	: 2	2025

Neste quadro é permitido passar de um quadrado para outro adjacente, mas não pode passar na diagonal; você nunca pode passar pelo mesmo quadrado duas vezes e os resultados intermediários são sempre os números inteiros.

**A partir de 2024, identifique um caminho que respeite as operações e leve para o quadrado 2025. Explique seu raciocínio no caderno de respostas.**





## Questão 5

**Encomendas on-line (7 pontos)**

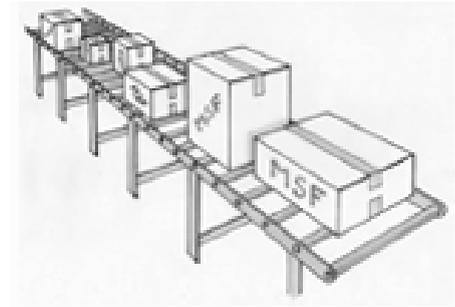
A empresa MsF prepara e envia encomendas para todo o mundo.

40 embalagens numeradas de 1 a 40 são posicionadas, uma atrás da outra, em uma esteira transportadora direcionada para o caminhão de entrega.

A massa total destas 40 embalagens é de 106 kg e a massa de cada embalagem é expressa em números inteiros de kg.

A soma das massas de três embalagens quaisquer em sequência é sempre igual a 8 kg.

As embalagens com os números 20 e 21 têm exatamente a mesma massa.



**Determine as massas das embalagens numeradas com 20 e 21.**

**No caderno de respostas, explique seu raciocínio.**









## Questão 9

### Algoritmo (7 pontos)

Aqui está um algoritmo de três passos:

Passo 1: Escolha um número inteiro inicial entre 100 e 299 inclusive.

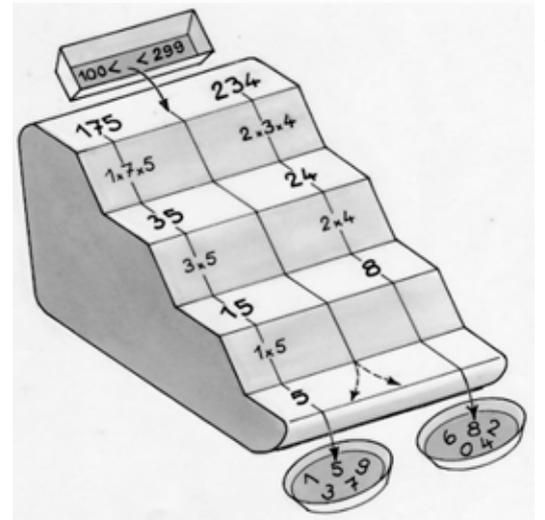
Passo 2: Multiplique os dígitos deste número.

Passo 3: se o resultado anterior for menor que 10, o algoritmo para, caso contrário, repita o passo 2.

Aqui estão dois exemplos:

- escolhendo 234 como número inicial: 234 24 8  
o resultado do algoritmo é 8;

- escolhendo 175 como número inicial: 175 35 15 5  
o resultado do algoritmo é 5.



**Identifique todos os números que dão um resultado ímpar. Explique seu raciocínio.**

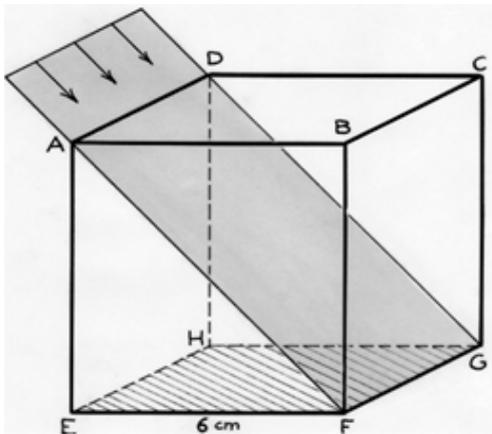




## Questão 10

Corte o cubo (10 pontos)

O cubo de 6 cm é cortado sequencialmente de acordo com o plano ADGF, depois de acordo com o plano BCHE, depois de acordo com o plano ABGH e finalmente de acordo com o plano CDEF.



**Desenhe, dentro do cubo representado na folha de resposta, o sólido que tem como base o quadrado EFGH.**

**Pinte as arestas do sólido e expresse seu volume em função do volume do cubo.**

**Quantos sólidos idênticos deste tipo podem ser colocados neste cubo?**

**Justifique suas respostas.**





## Questão 12

**Apenas para o Ensino Médio**  
**Exercício preto e branco (7 pontos)**

Ágata coloca dez fichas, cada uma com uma face preta e outra branca, uma ao lado da outra com a face preta visível.

Essas fichas são numeradas de 1 a 10 em ambas as faces.



Execute várias manipulações subsequentes nas fichas procedendo da seguinte forma:

- A) primeira manipulação: vire cada uma das dez fichas;
  - B) segunda manipulação: vire novamente todas as fichas nas quais está escrito um número múltiplo de 2;
  - C) terceira manipulação: vire todas as fichas nas quais está escrito um número múltiplo de 3.
- Etc..., até a décima e última manipulação, onde ela vira apenas a ficha de número 10.

**Indique os números nas fichas que mostram uma face em branco após dez manipulações.**

**Se Ágata tivesse 100 fichas, numeradas de 1 a 100, quais delas mostrariam uma face em branco após cem manipulações? Qual é a característica comum?**

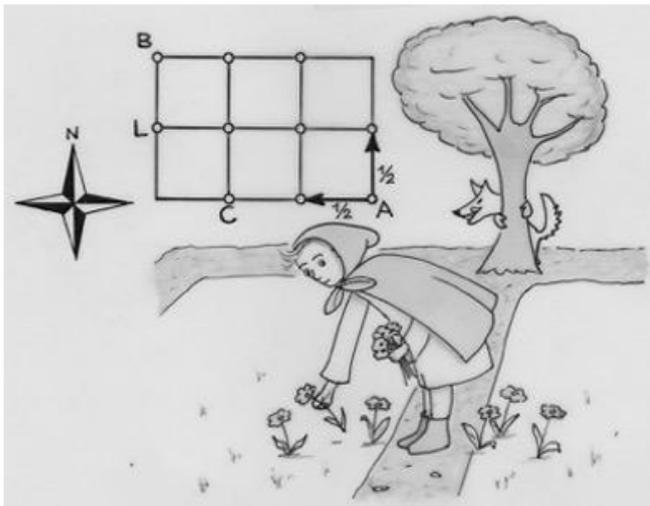




## Questão 13

**Apenas para o Ensino Médio**  
**Cuidado com o lobo! (10 pontos)**

Chapeuzinho Vermelho vai sozinha até a floresta até a avó doente para levar-lhe uma garrafa de vinho e um pedaço de bolo.



A malha apresentada no desenho ao lado representa os diferentes caminhos possíveis através da floresta. Cada ponto representa o cruzamento entre dois caminhos. Chapeuzinho Vermelho se move de um cruzamento para outro, mas apenas para o norte ou oeste.

Se houver dois caminhos possíveis, a probabilidade de que ela se mova para o norte ou para o oeste é .

A probabilidade, portanto, de que Chapeuzinho

vá do ponto A ao ponto C é: .

Infelizmente para ela, o lobo está escondido na floresta e, a devoraria se a visse.

Chapeuzinho Vermelho está em A e a casa da avó dela está em B.

O lobo se escondeu no ponto L.

**Calcule a probabilidade de Chapeuzinho Vermelho passar pelo ponto L e ser devorada pelo lobo.**

**Em que cruzamento o lobo tem maior probabilidade de cruzar o caminho de**

**Chapeuzinho Vermelho, sabendo que não pode se esconder nem em A nem em B?**

**Explique seu raciocínio.**

